

PÚBLICO

DOCUMENTO DEL BANCO INTERAMERICANO DE DESARROLLO

REGIONAL

TECNOLOGÍA Y EDUCACIÓN A DISTANCIA EN AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE

TC0112103

REPORTE

Proyecto: Tecnología y Educación a Distancia en América Latina y el Caribe

Programa Interamericano de Capacitación de Maestros

Serie: Matemática

Proyecto

**Luis Belcredi Reyes
Mónica Zambra Marquisá**

1. Introducción.

1.1 La matemática como disciplina de formación general.

La matemática contribuye, con otras disciplinas, a entrenar a los alumnos en la práctica de un proceso científico. El objetivo está en desarrollar conjuntamente y progresivamente las capacidades de experimentación y de razonamiento, de imaginación y de análisis crítico. Ella contribuye así a la formación del futuro ciudadano.

A través de la resolución de problemas, la materialización de algunas situaciones y el aprendizaje progresivo de las demostraciones, los alumnos pueden tomar consciencia, poco a poco, de lo que es una verdadera actividad matemática: identificar un problema, conjeturar un resultado, experimentar sobre ejemplos, debatir una argumentación, presentar una solución, controlar los resultados obtenidos y evaluar su pertinencia en función del problema estudiado.

1.2 La matemática como disciplina de expresión.

La matemática participa en el enriquecimiento del empleo de la lengua, en particular por la práctica de la argumentación. Así como otras disciplinas, la matemática tiene a su cargo el aprendizaje de formas de expresión distintas a las del lenguaje natural (números, figuras, gráficas, fórmulas, tablas, esquemas). El uso largamente expandido de los medios actuales de tratamiento de la información y de comunicación exige un buen manejo de esas variadas formas de expresión.

1.3 La matemática en el aula.

Muchos jóvenes ante la pregunta sobre su orientación vocacional responden: *cualquier cosa que no tenga matemática*.

No debemos aceptar que los estudiantes, cualquiera que sea su competencia y cualquiera que sea el nivel de conocimientos, experimenten un fracaso continuo en matemática. Ni tampoco que identifiquen matemática con inteligencia, limitando de esta manera el lugar de los educandos en la sociedad.

En los primeros años de escuela la actividad que más les gusta realizar a los niños es la matemática, mientras que en los últimos años liceales llega a ser algo así como sinónimo de mala jornada. Es que la terminan aprendiendo de una manera memorística, repetitiva, demasiado aburrida, desarrollando programas tan amplios que solo permiten, contra reloj, obtener retazos de conocimientos, descuidando el desarrollo de importantes capacidades y que son de más provecho que la mayor parte de lo que están obligados a aprender.

La naturaleza de la actividad de los alumnos en la clase de matemática es una cuestión central en la enseñanza de esta disciplina. El aprendizaje de la matemática es siempre el producto de la actividad, y si ésta se reduce, por ejemplo, a la resolución repetitiva de ejercicios para aplicar ciertas fórmulas, es exactamente esto lo que se aprende y lo que va a quedar en los alumnos, fijar las fórmulas en la memoria. Es decir, esa es la imagen que van a adquirir de la matemática.

La matemática, enseñada de manera renovadora, con problemas atractivos que desafíen la imaginación, se refleja en los jóvenes con magníficas respuestas. Es posible una actividad matemática verdadera, a partir de un número limitado de conocimientos, con un lote de pre-

guntas abiertas, de investigaciones llenas de sorpresas y de conclusiones convincentes. Tal actividad es accesible a un gran número de estudiantes y tiene un notable valor formativo.

2. Nuestra propuesta.

2.1 Objetivos.

El presente proyecto pretende incidir en el mejoramiento de la tarea docente en el área de Educación Matemática, optimizando la formación e información necesarias para que el profesor lleve a cabo con autonomía, responsabilidad y profesionalidad la labor de enseñar matemática en el ciclo medio.

Mediante la elaboración de guiones, para las diez secuencias didácticas de los diez temas seleccionados a esos efectos, se pretende que el docente valore la reflexión e investigación sobre la práctica cotidiana en el aula, como forma de incrementar su capacidad profesional y mejorar el sistema educativo así como, reconocer la influencia de la planificación y gestión de la actividad de aula.

Las secuencias didácticas están planteadas de manera práctica, desde una perspectiva moderna y haciendo énfasis en lo reflexivo. En cada etapa el alumno se verá enfrentado a situaciones que le permitan construir imágenes mentales, herramientas y conceptos lógicos y matemáticos. Este método no tiene como objetivo la mera transmisión de conocimientos, sino la apropiación de los medios para adquirirlos. Aquí, más que la solidez del edificio construido, importa su proceso de construcción.

Hacer matemática es una actividad del pensamiento que elabora conceptos para resolver problemas, que propone nuevos problemas a partir de los conceptos construidos, que rectifica esos conceptos para resolver esos nuevos problemas, que generaliza y unifica poco a poco esos conceptos en el universo matemático, que a su vez se articulan, estructuran y se reestructuran sin cesar.

2.2 Estrategia de la propuesta.

La clase de matemática es el resultado de muchos factores. Depende, en primer lugar, de las tareas de matemática propuestas por el profesor; no podemos considerar del mismo modo clases en las que se proponen ejercicios para resolver, se propone la realización de una investigación, se conduce una discusión colectiva, o no se encomienda a los alumnos ninguna labor. Pero la clase está igualmente influenciada por factores que tienen que ver con los alumnos: sus concepciones y actitudes relacionadas con la matemática, sus conocimientos y experiencia de trabajo matemático y, de forma general, su forma de encarar la escuela. Otros factores se relacionan con el contexto escolar y social: la organización y el funcionamiento de la escuela, los recursos existentes y las expectativas de los padres y la comunidad. Finalmente, la forma de dar clase depende también, naturalmente, del propio profesor, de su conocimiento y competencia profesional; muy especialmente del modo en el que introduce las diferentes tareas y apoya a los alumnos en su realización.

La investigación sobre el aprendizaje demuestra que el alumno aprende como consecuencia de la actividad que desarrolla y de la reflexión que hace sobre ella. La actividad del alumno es así un elemento fundamental del proceso de enseñanza y aprendizaje. Al profesor le cabe favorecerla, planeando y conduciendo clases que tengan en cuenta las características e intereses de

los alumnos y saquen partido de los recursos existentes. El profesor está llamado a crear las condiciones necesarias para el aprendizaje, utilizando medios como manuales escolares, fichas de trabajo, pizarra, retroproyector, videos, materiales manipulables, calculadora y ordenador.

Para poder desarrollar los objetivos del proyecto, las clases están estructuradas en base a:

2.2.1 Problemas.

Las situaciones más propicias para la construcción del aprendizaje, son aquellas en las que aparece un **problema**: es decir situaciones en las cuales los conocimientos disponibles en un momento dado no son eficaces o no se adaptan y provocan un desequilibrio obligando a:

- considerar la situación desde otro punto de vista y encontrar relaciones nuevas.
- desarrollar hipótesis, explorar y verificar para hallar una solución.

A. Arcavi expresa esta idea en una forma interesante:

Un aspecto del énfasis en estrategias generalizables es la idea de que, donde sea posible, los profesores deben enfatizar los métodos que conducen a las soluciones más que las fórmulas. (...) Además de enfrentar simplemente a los alumnos a las estrategias típicas del pensamiento de nivel superior, los profesores pueden fomentar la postura que la resolución de problemas es una parte integral de la matemática, a través de la forma en que introducen temas nuevos. Muchos conceptos y operaciones se pueden presentar inicialmente a través de problemas basados en los que los alumnos ya conocen. El profesor puede hacer de esto un hábito, cuando termina el trabajo del día, para motivar un problema que conduce a un trabajo futuro. Este método apunta a la idea básica de que una gran parte del conocimiento matemático se acumula en el intento de resolver problemas.

Los problemas matemáticos pueden ser recreativos. Muchos de los desafíos o curiosidades que se publican en revistas y otros medios son, en el fondo, problemas matemáticos disfrazados. Hacer que el estudio de la matemática sea recreativo es una poderosa idea. Tal vez sea Martin Gardner quien, a través de su columna mensual de Scientific American (o de la versión castellana Investigación y Ciencia) difundió esta idea durante muchos años. Dice Gardner:

En el momento que comencé con mi columna había solamente unos pocos libros impresos sobre matemática recreativa. (...) Desde este momento ha ocurrido una verdadera explosión del tema, muchos de ellos escritos por matemáticos eminentes. (...) La línea que separa el entretenimiento de la matemática sería es difusa. (...) La mayoría de los profesores, sin embargo, continúan ignorando este material. Durante 40 años he hecho lo mejor de mi esfuerzo para convencer a los educadores de que la matemática recreativa debe ser incorporada en la curricula.

El talento precoz en matemática es más fácil de detectar y estimular que en otras materias. Podríamos dar decenas de ejemplos de estudiantes que teniendo una inteligencia superior fracasan en el liceo o muestran aburrimiento y desinterés en la mayoría de los cursos y que en el mejor de los casos pasan la enseñanza sin pena ni gloria.

Una de las maneras más eficaces de detección de estos talentos precoces es a través de los acertijos. Estos problemas disfrazados llaman poderosamente la atención de estos jóvenes. Esta es una de las causas de que en los libros de textos aparezcan famosos acertijos de Sam Loyd o Henry Dudeney. Pero independiente de los talentos matemáticos ¿por qué las revistas de entretenimiento numéricos llaman la atención de tanta gente ya sean de mayor o menor ins-

trucción? Justamente esta curiosidad es la que debemos explotar hábilmente en la enseñanza de la matemática.

2.2.2 Organización del trabajo de aula.

En la clase, el profesor puede elegir entre diversas formas de organizar el trabajo de los alumnos. Las formas básicas de trabajo son: con toda la clase, en pequeños grupos, por parejas o individualmente. Cada una de ellas permite atender mejor a determinadas finalidades y es más adecuada para la realización de ciertas tareas.

En matemática el trabajo con toda la clase es fundamental. El profesor lo emplea habitualmente para presentar un tema nuevo, conducir un debate, hacer preguntas a los alumnos o en particular a un alumno al que solicita que pase a la pizarra. El trabajo con todo el grupo es decisivo en la negociación de los significados matemáticos. Se trata de un modo de trabajo indispensable en la introducción de nuevos conceptos e ideas matemáticas, también para la presentación de nuevas tareas y en la discusión sobre las tareas ya terminadas. Muchas veces se emplea para realizar discusiones con los alumnos. Puede además servir para resolver problemas o para dirigir una investigación matemática, en la que el profesor pide los aportes de todos los alumnos. Sin embargo, empleado exageradamente, ocupando todo el tiempo de la clase, este tipo de trabajo puede llevar a muchos alumnos a distraerse y a dejar de participar y, lo que es más grave, no permite desarrollar determinadas competencias y capacidades que exigen un esfuerzo individual o la interacción con otros compañeros. Por ello, es importante que el profesor sea capaz de dosificar convenientemente este tipo de trabajo, combinando con otras formas que faciliten la implicación de todos los alumnos.

Trabajar en pequeños grupos permite a los alumnos exponer sus ideas, abrirse a sus compañeros, hacer preguntas, discutir estrategias y soluciones, argumentar y criticar otros argumentos. En pequeños grupos es más fácil exponer sus puntos de vista, avanzar con sus descubrimientos y expresar sus pensamientos. Por eso, destinar más tiempo al trabajo en pequeños grupos en las clases de matemática es una de las orientaciones curriculares más destacadas.

Los alumnos que tienen la ocasión de confrontar con otros sus estrategias de resolución progresan más rápidamente y con más estabilidad que los que no la tienen. La confrontación entre los alumnos que tienen puntos de vista diferentes moviliza conocimientos diferentes y los obliga a comparar su propio saber con el de los otros, a observar distintas estrategias, exponer las propias, creándose la necesidad de comunicar, argumentar y probar.

El trabajo en grupo suministra herramientas críticas que serán necesarias para que ellos mismos reconozcan la justeza de su razonamiento. Martin Gardner en un artículo, donde reflexiona acerca de toda su trayectoria en la matemática, dice:

De acuerdo con el anuario del Consejo Nacional de Profesores de Matemática de 1997, la última tendencia en la educación matemática es llamada "la nueva nueva matemática" para distinguirla de "la nueva matemática" que fracasó estrepitosamente algunas décadas atrás. Los nuevos sistemas de enseñanza consisten en dividir las clases en grupos pequeños de estudiantes y encomendarles la resolución de problemas a través del razonamiento cooperativo. El "aprendizaje interactivo", como se lo llama, sustituye a la clase magistral.

Miguel de Guzmán describe en forma elocuente la manera de trabajar en grupo:

Hay que recalcar que la finalidad principal de la actividad que el grupo va a realizar puede quedar perfectamente cumplida aunque los problemas no se resuelvan. Es muy conveniente, sin embargo, desde el punto de vista de la motivación, que los problemas elegidos, por una parte, constituyan un verdadero reto, pero que al mismo tiempo sean susceptibles de solución por el grupo. (...) La forma de proceder del grupo hacia la resolución del problema puede ser muy variada y sería conveniente experimentar diferentes esquemas para que cada grupo elija el que mejor se le adapta. Lo verdaderamente importante es que se cree una atmósfera en el grupo libre de inhibiciones, libre de competitividad, en que cada uno esté deseoso de aportar sin imponer, abierto a aceptar incluso lo que a primera vista pueda parecer más estrafalario, colaborando gustosamente para mejorar las ideas iniciadas por los otros y viendo con gusto cómo los otros van perfeccionando las ideas propuestas por uno.

Sin embargo, no todas las tareas son adecuadas para una realización en pequeños grupos. Tareas muy estructuradas como la resolución de ejercicios, no sacan mucho partido de la interacción de los alumnos. Cada alumno acaba muchas veces por resolver los ejercicios por sí mismo, sin que haya motivo claro para la actividad del grupo. Tareas que exigen un elevado grado de concentración, como resolver un problema difícil o escribir un ensayo, no son propicias para el trabajo en grupo. Por otro lado, la realización de investigaciones matemáticas y la ejecución de proyectos son tareas que pueden sacar gran partido de la capacidad creativa del trabajo en grupos y de la posibilidad de que los alumnos hagan espontáneamente una subdivisión del trabajo, sacando mejor provecho de las capacidades de cada uno.

El trabajo por parejas está tomando una importancia mayor cada vez en la clase de matemática. Este tipo de trabajo proporciona la posibilidad de que se establezca una interacción significativa entre los alumnos, que pueden intercambiar impresiones entre sí, con vistas a la resolución de la tarea propuesta. Los alumnos pueden así, participar en dos niveles de discurso en el aula: el colectivo y el que desarrollan con su compañero de aprendizaje. Se trata de una forma práctica de trabajar, que no exige en general alteraciones del espacio físico del aula y que proporciona a los alumnos un cierto margen de autonomía. Es particularmente adecuado cuando la tarea propuesta está relativamente estructurada y no exige un elevado nivel de concentración individual.

Finalmente, el trabajo individual es también necesario en el proceso de enseñanza y aprendizaje de matemática. El alumno tiene que ser capaz de asumir su independencia y su responsabilidad personal. El profesor tiene, también que encontrar momentos para dialogar específicamente con cada alumno, para darse cuenta de sus necesidades e intereses, dándole el apoyo directo necesario para que pueda continuar. La realización de ejercicios, problemas y ensayos son tareas que se adaptan muchas veces a este modo de trabajo.

Diferentes tipos de tareas y diferentes modos de trabajo

(..) Las ideas no están aisladas en la memoria, sino que están organizadas y asociadas al lenguaje natural que se usa en las situaciones que aparecieron en el pasado. Este punto de vista constructivo del proceso de aprendizaje debe repercutir en el modo en que se enseña la mayor parte de la matemática. Así, la enseñanza debe ser variada e incluir oportunidades para:

- . Trabajo de proyectos.*
- . Propuestas para trabajo individual y en grupo.*
- . Debates entre profesor y los alumnos y entre los alumnos*
- . Práctica de métodos matemáticos*
- . Exposición por el profesor.*

Normas profesionales para la enseñanza de las matemáticas. NCTM, 1994.

Cada una de estas formas de trabajo tienen su papel. Su eficacia depende del modo como son dirigidas por el profesor. Hay trabajo colectivo interesante y monótono, trabajo en grupo productivo e improductivo, así como trabajo por parejas e individual bien y mal aprovechado. Todo depende de que las tareas propuestas a los alumnos sean o no adecuadas al modo de trabajo establecido. Y todo depende, también, del modo como el profesor acompaña la realización de las tareas y como gestiona el ambiente de aprendizaje.

2.2.3 Historia de la matemática.

La historia de la matemática suministra un material muy valioso para la enseñanza. Destacamos, entre otros, los siguientes valores:

- permite entender mejor la vinculación entre diferentes ideas matemáticas.
- proporciona una visión dinámica de la matemática, vinculada al acontecer social e histórico; acerca la matemática al mundo cotidiano de los hombres.
- muestra la matemática como una rama de la ciencia, con aciertos, errores, marcha y contramarchas, falible, capaz de corregir sus errores.

Dice Miguel de Guzmán respecto al empleo de la historia de la matemática:

El valor del conocimiento histórico no consiste en tener una batería de historietas y anécdotas curiosas para entretener a nuestros alumnos a fin de hacer un alto en el camino. La historia se puede y se debe utilizar, por ejemplo, para entender y hacer comprender una idea difícil del modo más adecuado.

2.2.4 Utilización de herramientas informáticas.

En las dos últimas décadas, una de las revoluciones más profundas experimentadas en el campo matemático no ha procedido de los matemáticos en sí, sino de los avances tecnológicos del mundo informático. Lo que fue el *microscopio* para la evolución de las ciencias biológicas o el *telescopio* para la astronomía, es el *computador* respecto al desarrollo matemático.

La informática ha cambiado el tipo de problemas que se plantean los matemáticos profesionales y determina un avance asombroso de la investigación matemática que no se corresponde con el desarrollo de la enseñanza de la matemática.

La irrupción del computador en el siglo XX como instrumento auxiliar del pensamiento humano está introduciendo una revolución mucho más drástica y profunda, no sólo por los cambios más o menos superficiales que en nuestra forma de vivir se están operando, sino sobre todo por las transformaciones que conlleva en lo que se refiere a lo más específico de nuestro modo de ser humanos: la capacidad de pensar.

Un ejemplo impactante:

Pierre de Fermat, un matemático francés famoso del siglo XVII, formuló la conjetura que de que los números de la forma:

$$F(n) = 2^{2^n} + 1 \text{ con } n \in \mathbb{N}.$$

que ahora llamamos *números de Fermat*, eran todos ellos primos. Es fácil ver que: $F(0) = 3$; $F(1) = 5$; $F(2) = 17$; $F(3) = 257$ son números primos y, con un poco más de trabajo que $F(4) = 65537$ también lo es.

El número $F(5) = 4\,294\,967\,297$ es bastante más grande y al comenzar a buscar sus factores primos uno ve que no los hay entre los menores que 100, ni entre los menores de 200, ni de 300. Fermat no tenía herramientas de cálculo para ir más lejos y conjeturó que $F(5)$ era primo.

Más de un siglo después otro de los genios de la matemática *Leonhard Euler*, pensando primero y calculando después encontró que $F(5)$ no era primo, pero no sin bastante trabajo.

Si Fermat hubiera tenido un programa de cálculo simbólico a su disposición, como por ejemplo *DERIVE*, se hubiera ahorrado, en segundos, una conjetura falsa.

El software para construcciones geométricas: permite poner en evidencia las relaciones entre los elementos de una figura; ellas deben ser explicitadas por el estudiante para dibujarla. Estos tipos de software permiten, particularmente, observar una figura sin reconstruirla, cuando se desplaza, por ejemplo, uno de sus puntos, a fin de encontrar las propiedades conservadas y enunciar luego una conjetura. Constituyen un medio potente de exploración de figuras, facilitando la observación de las propiedades (alineación, conservación de direcciones, concurrencia de rectas, etc.).

Su utilización presenta dos características particularmente interesantes: la primera es la explicitación de las propiedades puesta en obra por las construcciones; la segunda a subrayar es la experiencia gráfica que hacen los alumnos observando una figura donde se desplazan elementos variables. Las propiedades emergen y provocan interrogantes que motivan y preparan la demostración.

2.2.5 Utilización de tecnología audiovisual.

Los medios audiovisuales permiten encarnar relaciones abstractas que están en juego en el aprendizaje matemático. Los principales medios utilizados son: películas matemáticas, diapositivas, fotografías y el retroproyector. Su utilización se orienta tanto a la actividad de los alumnos como a la formación de los profesores.

Los avances tecnológicos afectan a la sociedad y a la educación tanto y con tanta rapidez que sus consecuencias en un futuro próximo son impredecibles. En particular para la enseñanza-aprendizaje de la matemática, este fenómeno obliga a tener en cuenta recursos como la calculadora, el ordenador, los medios audiovisuales y nuevos materiales didácticos, que exigen la revisión tanto de los contenidos matemáticos como de su tratamiento.

Desde un punto de vista metodológico, el documento audiovisual no debe ser ningún sustituto del profesor, y además tanto el papel del profesor como de los alumnos ha de ser de participación activa y de interrelación entre ambos y con los medios.

La utilización de medios audiovisuales en el aula se ha de producir en un contexto comunicativo multidireccional, en el que profesor y alumnos actúan tanto de receptores como de emisores, interactuando entre sí y con los propios medios. Los medios audiovisuales han de ser instrumentos de la audiencia y no los protagonistas del proceso de comunicación.

Así por ejemplo, un video didáctico puede servir, entre otras cosas, para:

- Aproximar la realidad al aula, reproduciendo aspectos concretos de la misma.
- Motivar al alumno ante determinadas situaciones o investigaciones.
- Promover debates e investigaciones sugeridas por el video o complementarias a él.
- Adquirir destrezas y habilidades.
- Descubrir y aplicar procedimientos.
- Fomentar actitudes y transmitir valores.

Es en este sentido que hemos incluido, en los guiones de las secuencias didácticas, animaciones o “cápsulas” que ofician de interruptores de la clase del maestro, posibilitando que los espectadores manejen a voluntad el tiempo necesario para comprender, revisar y resolver las distintas actividades propuestas.

Las animaciones permiten entonces potenciar y extender el trabajo, más allá de la duración del film, tienen una finalidad motivadora y movilizadora.

Dentro de las animaciones se incluyen personajes animados que tienden a crear un vínculo participativo entre los actores y los espectadores.

Estos personajes animados, adelantan o reinterpretan de manera dinámica ciertas definiciones, enunciados o demostraciones, las cuales no solo son utilizadas como estrategia de motivación, sino que permiten potenciar las facultades críticas del alumno.

Presentación y características de los personajes animados.

• *Diego y Paula*

Son dos jóvenes que representan a un tipo especial de estudiantes, aquél que es necesario tener en las clases, los que interrogan y muchas veces nos ponen incómodos. Los que averiguan la historia de algún símbolo, preguntan cómo se inventaron los teoremas y las fórmulas, a los que les gusta más ver lo que se hace en la cocina de la matemática que la mesa bien servida. Son los que no nos dejan que nos de el ataque de apuro para terminar el programa y que logran que cada día recordemos que están pasando con nosotros sus mejores años y que por eso están ansiosos por hacer cosas nuevas, reírse y disfrutar del placer de hacer matemática.

• *Leonstein*

Es una mezcla del genio de Albert Einstein con cuerpo de león flaco, aparece vestido de explorador si debe medir las pirámides de Egipto o de caballero del siglo XVIII si tiene un diálogo con el joven Gauss. Leonstein es el que proporciona la sabiduría ya sea histórica, matemática o informática. Lleno de astucias es a su vez un notable calculista. Tiene un toque infantil que le permite apasionarse por cualquiera de los desafíos de Diego y Paula.



3. Los componentes de cada secuencia.

El tratamiento de cada módulo de la serie de matemática, consiste en *una clase de profundización*, dictada por un especialista a docentes de educación básica, y *dos clases*, dictadas por uno de esos docentes en su propia clase.

Cada secuencia didáctica es intercalada por animaciones, realizadas por un equipo de especialistas.

4. La selección de temas.

Tema	Fundamentación
1) Divisibilidad.	La Teoría de Números abarca una amplia sección de la Matemática. Entre los temas fundamentales de la misma cabe mencionar las propiedades de la divisibilidad de los enteros y, entre ellas, las propiedades de los números primos y compuestos; el teorema fundamental de la aritmética, etc. En general, en la enseñanza secundaria, su potencialidad no es totalmente valorada y aprovechada.
2) Expresiones algebraicas.	La adquisición de técnicas de cálculos que utilizan letras para designar incógnitas, indeterminadas o variables es uno de los puntos delicados de la enseñanza de la matemática. Las técnicas modernas de tratamiento de la información, de las cuales los alumnos se servirán, suponen un indispensable manejo del cálculo algebraico.
3) Ecuación de segundo grado.	Los problemas de segundo grado, es decir los que ponen en juego una expresión algebraica de la forma ax^2+bx+c permiten trabajar en un doble aspecto algebraico y funcional. Son muchos los problemas de la geometría, la física, las ciencias económicas y sociales, etc. cuya resolución involucra a las ecuaciones de segundo grado.
4) Funciones y representaciones gráficas.	El concepto de función es unificador en la Matemática ya que aparece en todas sus ramas relacionando variables: entre conjuntos de puntos, entre conjuntos numéricos (por ejemplo en las operaciones, donde se hace corresponder un par de números con otro que es el resultado), entre los sucesos y su probabilidad, etc. Las funciones se utilizan también como modelos de situaciones del mundo real, incluyendo aquellas que son resultado del avance tecnológico, y tienen gran aplicación en la descripción de fenómenos físicos. Las representaciones gráficas tienen un lugar importante. En efecto, además de su interés propio, permiten dar un contenido intuitivo y concreto a los objetos matemáticos.
5) Teorema de Thales.	El estudio del teorema de Thales desde una perspectiva histórica o netamente geométrica, además de ser una herramienta geométrica importante, es un trampolín para las nociones de homotecia y de vector. Es una buena ocasión para movilizar los conocimientos de la proporcionalidad así como, permite efectuar experiencias con mediciones, las que constituyen a su vez un poderoso enlace entre temas del currículo matemático y otras materias.
6) Triángulos, cuadriláteros y polígonos.	En matemática, se calcula, se descubren técnicas, se traza, se conjetura... Pero lo que caracteriza la actividad matemática es probar las conexiones lógicas entre dos afirmaciones, establecer la verdad de nuevas propiedades a partir de propiedades ya conocidas, etc. Las figuras geométricas son un pretexto a la vez simple y rico para esta actividad de razonamiento.
7) Transformaciones geométricas.	Estudiar geometría no es solo estudiar las figuras y sus relaciones. De esa manera quedaría excluida una gran parte de ella, que es la que tiene que ver con las transformaciones geométricas y las propiedades de las figuras que permanecen invariantes en ellas.
8) Los objetos del espacio.	Desarrollar la visión en el espacio: observar, describir, representar, construir y manipular figuras del espacio, además de tener un fin en sí mismo, nos coloca en un medio ideal para consolidar los conocimientos y métodos ya adquiridos así como efectuar cálculos.
9) Vectores.	La introducción de los vectores en la enseñanza secundaria permite, de manera natural, el pasaje de la geometría al álgebra y viceversa. Si bien, desde el punto de vista matemático, el vector es un objeto complejo, su utilización es muy simple y es una poderosa herramienta matemática muy utilizable en otras ciencias. Así por ejemplo, los físicos asocian los vectores a las fuerzas, los flujos, las cantidades movimiento, etc.
10) Probabilidad y estadística.	Nadie duda de que el acceso a las nociones de probabilidad y estadística tiene que hacerse desde las primeras etapas de la enseñanza secundaria. Estas ideas son consideradas hoy en día como una parte indispensable del bagaje intelectual que deben poseer todos los ciudadanos, no sólo por su gran valor social sino también porque constituyen importantes puentes de comunicación con otras ciencias.

5. Bibliografía.

Arcavi, Abraham: *Taxonomía de Objetivos para el aprendizaje de la Matemática*. Inspección de Matemática, Montevideo, 1984/85.

Belcredi, Luis y Zambra, Mónica: *Nuevo Gauss 3*, La Flor del Itapebí, 2000.

Berger Marcel, *Géométrie, Tome I*, Nathan 1990.

Bonnefont, Gérard; Daviaud Daniel y Revranche, Bernard: *Le nouveau Pythagore, Mathématiques 3^e*. Hatier 1999.

de Guzmán, Miguel: *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*. Biblioteca virtual de OEI, edición HTML (internet).

Gardner, Martin: *A Quarter-Century of Recreational Mathematics*. Scientific American, August 1998.

Grupo Cero: *De 12 a 16. Un proyecto de currículum de matemáticas*. Valencia, 1987.

Guedj, Denis: *El teorema del loro*, Anagrama 2000.

Legrand, Pierre: *Les maths en collège et en lycée*. Hachette, 1997.

Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M., & Abrantes, P. *Didáctica da matemática*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário. 1997

Rittaud, Benoît: *La géométrie classique -Objets et transformations-*. Le pommier, 2000.